

Szöveges feladatok megoldása egyenlettel 2.

Tanulás Érthetően sorozat részeként



8. osztályos tanulók számára.



Szöveges feladatok megoldása egyenlettel 2.

Tanulás Érthetően sorozat

Levezetett példákkal és megoldásokkal.
Könnyen érthető magyarázattal.

Budapest

2025

Kedves Felhasználó!

Ez a sorozat több éves korrepetitori tevékenység, és megfigyelés alapján készült el. Illeszkedik az alaptantervhez, emellett egyszerűségével segíti a tanulókat abban, hogy megértsék, és akár önállóan elvégezzék az adott szöveges feladatokat.

Kiknek szól ez a gyakorló füzet?

Minden kedves Szülőnek, Diáknak és Pedagógusnak, aki szeretné egyszerű, érthető, átlátható formában megtanulni, vagy ennek segítségével megtanítani az adott matematikai témaköröket, tananyagokat.

Az iskolában sokszor előfordul, hogy a gyermek nem tudja megérteni az órai tananyagot, mégis tovább kell haladniuk. Nem mindenki egyforma gyorsasággal, és megértéssel dolgozza fel az adott tananyagot. Szükség van ennek a problémának a megoldására, hiszen van egy alapvető, igaz mondás, miszerint matekból nem szabad lemaradni, mert akkor hiányos lesz az alaptudás, és ennek köszönhetően később még nagyobb lehet a baj.

Ennek megoldásául szolgál ez a tanulási sorozat, amely segítséget nyújt a lemaradások, és hiányosságok pótlására, és teljes megértésére. Emellett a meglévő tudást is elmélyíti, és az újabb tananyagok megértését is megalapozza. Mankót nyújt a szülőknak, amennyiben szeretnék gyermeküknek érthetően elmagyarázni, és azoknak a diákoknak is, akik egyedül birkóznának meg a feladatokkal.

A füzet használata

A gyakorló füzet úgy lett összeállítva, hogy a példák segítségével megfelelő felkészítést adjon a tanulónak ahhoz, hogy boldogulni tudjon a további feladatokkal.

A példák segítenek továbbá annak is, aki a tanulónak szeretne segítséget nyújtani, hiszen a példafeladatok úgy lettek elkészítve, hogy teljesen érthetően, szakszavakat és kifejezéseket a lehető legjobban lecsökkentve adják át a feladatok elvégzéséhez szükséges tudást. A meg nem értett szavaknak, kifejezéseknek érdemes azonban utána nézni, és letisztázni azokat, mert ez akadályt képez a teljes megértésben.

A levezetett példák utáni feladatokat érdemes sorrendben elvégezni, hiszen azok egymás után sorra nehezednek. A témakörök tetszés szerint elvégezhetőek. Megoldókulcs a füzet hátulján található.

Ez a kis füzet önmagában nem helyettesíti a pedagógusi magyarázatot, vagy az iskolai tankönyvet, de megalapozza, begyakoroltatja és megerősíti az itt található témaköröket, érthető, leegyszerűsített formában.

Minden jog fenntartva. Jelen kiadvány szerzői jogvédelem alatt áll, és ennek megfelelően bármely részének felhasználása, közlése, terjesztése, másolása, többszörözése, átdolgozása kizárólag a szerzők kifejezett írásbeli engedélyével lehetséges.

Copyright ©2025. Tanulás Érthetően tanulási sorozat.

Milyen tudásra lesz szükség?

A könyv feladatai az eddig tanult ismeretekre (egyenlet levezetése, zárójelbontás, számolás racionális számokkal stb.) épülnek. Ha már magabiztosan használod a korábbi tananyagban szereplő szabályokat és műveleteket, könnyebben boldogulsz a példákkal. Ha valamiben bizonytalan vagy, érdemes először feleleveníteni az alapokat – így lesz igazán hasznos a gyakorlás.

Ez a kiadvány egy sorozat része. Ha tetszett ez az anyag, vagy segítségre lenne szükséged a korábbi alapokhoz, érdemes lehet a további kiadványainkat is megnézned, amelyekben más témaköröket és újabb feladatokat találsz majd.

A Tanulás Érthetően sorozat további kiadványait itt tudod megtekinteni, megrendelni:
www.tanulaserthetoen.hu

Egyéb kérdés esetén:
info@tanulaserthetoen.hu

Tartalom

Számokkal kapcsolatos feladatok (7)

Számjegyekkel kapcsolatos feladatok (13)

Összekeveréssel kapcsolatos feladatok (24)

Életkorral kapcsolatos feladatok (35)

Mozgással kapcsolatos feladatok (46)

Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok (58)

Geometriával kapcsolatos feladatok (72)

Megoldások (83)

Számokkal kapcsolatos feladatok

Ezeknél a feladatoknál egy konkrét, előre meghatározott számot kell kitalálnod, lehetőleg egyenlettel felírva, és azt levezetve. Próbálgatással is rájöhetsz a végeredményre egyes feladatoknál, de a lényeg az lenne, hogy egyenlettel, a mérlegelv segítségével oldd meg a feladatokat.

Nem mindig az egész szám a jó megoldás.

Lehetséges, hogy nem pozitív, egész szám lesz a végeredmény, hanem akár negatív szám, törtszám, vagy tizedes tört. Ezt minden esetben ellenőrizd is le a feladat levezetését követően.

Tipp: Az egyenletek felírásánál, és levezetésénél - bármilyen kényelmetlen is - törekedj rá, hogy az osztást ne kettősponttal jelöld, hanem törtvonallal. A későbbiek során is így fogsz velük találkozni, jobb ha így szokod meg.

Például egy számnak a harmada: *nem ajánlott jelölés: $x : 3$*

ajánlott jelölés: $\frac{x}{3}$

Ne felejtse el a szöveges választ is leírni, az ellenőrzés után!



Példa

Egy szám $\frac{4}{5}$ része pontosan akkora mint, ha elvennék belőle 5,2-et. Melyik ez a szám?

Kifejezés

A szám jelölése: x

A szám $\frac{4}{5}$ része: $\frac{4}{5}x$

Elveszünk a számból 5,2-et: $x - 5,2$

Az egyenlet felírható: $\frac{4}{5}x = x - 5,2$

Levezetés

$$\begin{aligned}\frac{4}{5}x &= x - 5,2 & / \cdot 5 \\ 4x &= 5x - 26 & / +26 \\ 26 + 4x &= 5x & / - 4x \\ \mathbf{26} &= \mathbf{x}\end{aligned}$$

Ellenőrzés

$$\begin{aligned}\frac{4}{5} \cdot \mathbf{26} &= \mathbf{26} - 5,2 \\ \frac{104}{5} &= 20,8 \\ 20,8 &= 20,8\end{aligned}$$

Ellenőrzés során **behelyettesítjük** az általunk felírt egyenletbe a **kapott számot**, és elvégezzük vele a műveleteket mindkét oldalon. A megoldás helyes, hiszen mindkét oldalon ugyanazt az eredményt kaptuk.

Az x értéke, vagyis a gondolt szám tehát a 15.

Példa

Gondoltam egy számra. Kivontam belőle húszat, majd megszoroztam (-4) -gyel, így pontosan 20-at kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam?

Kifejezés

A gondolt szám az **x** .

A gondolt számból kivonunk húszat: **$x - 20$** .

Ezután szorozzuk meg (-4) -gyel: **$(x - 20) \cdot (-4)$** .

Fontos, hogy az **$(x - 20)$** kifejezést rakjuk zárójelbe a műveleti sorrend miatt, hiszen először kivontam húszat, és csak azután szoroztam meg (-4) -gyel!

Írjuk fel az egyenletet: **$(x - 20) \cdot (-4) = 20$**

Ezt felírhatjuk így is: **$-4(x - 20) = 20$**

Levezetés

$$-4(x - 20) = 20 \quad / \text{ zárójel felbontás}$$

$$-4x + 80 = 20 \quad / - 80$$

$$-4x = -60 \quad / : (-4)$$

$$\mathbf{x = 15}$$

Ellenőrzés

$$(15 - 20) \cdot (-4) = 20$$

$$(-5) \cdot (-4) = 20$$

$$20 = 20$$

A gondolt szám tehát a 15.

1. Feladat

Egy szám $\frac{3}{5}$ része 21. Melyik ez a szám?

2. Feladat

Gondoltam egy számra. Ha a hatszorosából kivonom az négyszeresét, 8,4 kapok. Melyik számra gondoltam?

3. Feladat

4. Feladat

5. Feladat

Példa

29-ből kivontam egy gondolt számnál hattal nagyobb szám ötödét. Eredményül eggyel kisebb számot kaptam, mint a gondolt szám. Melyik ez a szám?

Kifejezés

A gondolt szám: x

A gondolt számnál hattal nagyobb szám: $x + 6$

A hattal nagyobb szám ötöde: $\frac{x+6}{5}$

Ez kevesebb, mint x : $x - \frac{x+6}{5}$

Ez éppen annyi, mint az eredeti szám: $x - \frac{x+6}{5} = x - 1$

Levezetés

$$x - \frac{x+6}{5} = x - 1 \quad | +1$$

$$x - \frac{x+6}{5} = x \quad | -x$$

$$100 - x = 60 + 6x \quad | +x$$

$$100 - x + x = 60 + 6x \quad | :6$$

$$16\frac{2}{3} - x = 10 \quad | +x$$

$$16\frac{2}{3} = 10 + x \quad | -10$$

$$6\frac{2}{3} = x$$

Ellenőrzés

$$x - \frac{x+6}{5} = x - 1$$

$$6\frac{2}{3} - \frac{6\frac{2}{3}+6}{5} = 6\frac{2}{3} - 1$$

$$6\frac{2}{3} - 6 = 6\frac{2}{3} - 6$$

Az eredeti szám tehát a 6.

6. Feladat

15-höz hozzáadtam egy gondolt számnál hárommal nagyobb szám hetedét. Eredményül tizenhatot kaptam. Melyik ez a szám?

7. Feladat

Egy számban húszhatvan 8-as, majd újra az azonos számban húszhatvan ötösöt, a kapott összegüket húszhatvan egymással, így 18 lett az eredmény. Melyik az eredeti szám?

8. Feladat

Gondoltam egy számra, a $\frac{1}{3}$ -adát húszhatvan négy felére, így az eredmény 3,25 lett. Melyik az a szám?

9. Feladat

Ha egy számból elvonunk háromat, majd a különbözetet megszorozzuk hárommal, akkor éppen hatvan ötös számbat kapunk, mint az eredeti szám. Melyik az a szám?

10. Feladat

Gondoltam egy számra, elvontam belőle belőle, majd elosztottam hattal. Ennek nyolc szét lett az azonos számban, húszhatvan ötösöt, majd elosztottam hárommal. Az első eredményből elvonom a másodikat, így belőle kapunk. Melyik szám az a szám?

Számjegyekkel kapcsolatos feladatok

Ebben a részben olyan feladatokkal találkozol majd, ahol a számok számjegyei felcserélődnek.

Példa: a 48-as szám két számjegyből áll, a 4-ből, és a 8-ból. Ezek összege 12, hiszen $4 + 8 = 12$. Ha ezeket a számjegyeket felcseréljük, akkor az új szám a 84 lesz.

A 84 nagyobb 36-tal, mint a 48, tehát, ha 48-nak felcseréljük a számjegyeit, akkor 36-tal nagyobb számot kapunk.

Az ilyen típusú feladatokat eleinte nehéznek tűnhet kifejezni, és leírni egyenletben, azonban hamar ráérezhetsz sok gyakorlással, és a példák segítségével.

Használj táblázatot a levezetett feladatok alapján!

Próbálkozással itt is megoldható a legtöbb feladat, azonban a lényeg, hogy egyenlettel próbáld megoldani a feladatokat.



Példa

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 8. Ha az eredeti szám háromszorosából elveszem a számjegyei felcserélésével kapott számot, akkor eredményül 16-ot kapok. Melyik ez a szám?

Kifejezés

Ha **két számjegy összege 8**, akkor az **egyik számjegyet x -szel**, a **másik számjegyet $8 - x$ -szel** jelöljük.

Egyik számjegy : x

Másik számjegy $8 - x$

Egy jó táblázat készítése segíthet a kifejezésekben, és az egyenlet felírásában.

A **tízesek helyén álló számot** mindig **megszorozzuk 10-zel**, mert a tízes helyi értéken áll.

Táblázat

	tízesek helyén áll	egyesek helyén áll	két számjegy összege
Eredetileg	x	$8 - x$	$\rightarrow 10 \cdot x + 8 - x$
Felcserélve	$8 - x$	x	$\rightarrow 10 \cdot (8 - x) + x$

Eredeti szám: $10x + 8 - x$ Összevonva: $(9x + 8)$

Felcserélt szám: $10(8 - x) + x$ Összevonva: $(80 - 9x)$

Egyenlet

Ha az **eredeti szám háromszorosából** elveszem a számjegyei felcserélésével kapott számot, akkor eredményül 34-et kapok. Használjunk zárójelet mindkét szám felírásánál! Vegyük az **eredeti számot** - amit korábban kifejeztünk és összevontunk - **szorozzuk be hárommal**, és vegyük el belőle a számjegyei felcserélésével kapott számot. Így felírható az egyenlet:

$$\underbrace{3(9x + 8)}_{\text{eredeti szám}} - \underbrace{(80 - 9x)}_{\text{felcserélt szám}} = 16$$

Levezetés

$$\begin{aligned} 3(9x + 8) - (80 - 9x) &= 16 && / \text{ zárójelbontás} \\ 27x + 24 - (80 - 9x) &= 16 && / \text{ zárójelbontás} \\ 27x + 24 - 80 + 9x &= 16 && / \text{ összevonás} \\ 36x - 56 &= 16 && / + 56 \\ 36x &= 72 && / : 36 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{2} \end{aligned}$$

Ellenőrzés

$$\begin{aligned} 3(9 \cdot 2 + 8) - (80 - 9 \cdot 2) &= 16 \\ 3(26) - (80 - 18) &= 16 \\ 78 - 62 &= 16 \end{aligned}$$

Mit jelöltünk eredetileg x-szel?

A táblázatból leolvashatod, hogy az egyesek helyén álló számot, és mivel a számjegyek összege 8, ezért az **eredeti szám a 26**. ($2 + 6 = 8$) Így a **számjegyek felcserélésével kapott szám az 62**.

Az eredeti szám tehát a 26.

Példa

Egy kétjegyű szám első számjegye kettővel nagyobb, mint a másik számjegye. Ha ebből a számból elvesszük a számjegyeinek felcserélésével kapott számot, akkor a különbség 18 lesz. Melyik ez a kétjegyű szám?
(A két szám kivonásának végeredményét hívjuk különbségnek.)

Kifejezés

Ha az első számjegy kettővel nagyobb, mint a második számjegy, akkor az egyik számjegyet $x = 2$ -vel, a másik számjegyet x -vel jelöljük.
Egy számjegyet: $x = 2$
Másik számjegyet: x
Első számjegy: $2x$
Második számjegy: x
A számok felcserélésével a két számot x -vel megcseréljük, tehát az első számjegy x -vel, a második számjegy $2x$ -vel lesz.

Táblázat

	Első számjegy: $2x$	Második számjegy: x	A két számjegyet felcserélve
Első számjegy	$2x = 2$	$x = 2$	$2x = 2$ és $x = 2$
Második számjegy	$x = 2$	$2x = 2$	$2x = 2$ és $x = 2$

Első számjegy: $2x = 2$ és $x = 2$ Második számjegy: $2x = 2$

Második számjegy: $2x = 2$ és $x = 2$ Második számjegy: $2x = 2$

Egyenlet

Ha ismeretlen számokat állítunk be a számegyenletbe, felcserélődhet a kapott számok, akkor a különbség 18 lesz. Hogy melyek lehetnek?

$$\frac{21a + 20}{20a + 21} - \frac{21a + 20}{20a + 21} = 18$$

Levezetés

$$\begin{array}{l} 21a + 20; 21a + 20 = 18 \\ 21a + 20 - 21a - 2 = 18 \\ 18 = 18 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Egyenlet balra} \\ \text{Egyenlet jobbra} \end{array}$$

Ha azt próbáljuk, hogy bármely számokkal helyettesítsük az "a" helyére, úgy, hogy a számpár számok első számjegye felcserélődött legyen, mint a másik.

Pl. ha a 21, ha megfordítjuk a számjegyeket, az lesz az első számjegye a számjegyeknek felcserélődött kapott számok, amikor 18-at kapunk, $20 - 12 = 18$.

Ellenőrzés

$$\begin{array}{l} \text{Próbák: } 21 - 12 = 18 \\ 42 - 24 = 18 \\ 53 - 35 = 18 \\ 64 - 46 = 18 \end{array}$$

11. Feladat

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 12. Ha a szám számjegyeinek átfordítottan a számjegyek felcserélésével kapott számhoz, akkor eredményül 15-öt kapunk. Melyik az a szám?

12. Feladat

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 10. Ha a szám számjegyeinek átfordítottan a számjegyek felcserélésével kapott számhoz, akkor 12-t kapunk az eredmény. Melyik az a szám?

13. Feladat

Egy kétjegyű szám mindkét számjegyén 7-tal nagyobbik, mint az első. Ha a számjegyek felcseréljük, akkor a kapott kétjegyű szám az eredeti számhoz hozzáadva 101-et kapunk. Melyik számra gondolunk?

14. Feladat

Egy kétjegyű szám első számjegyén 3-mal kisebbik, mint a második. Ha ezt a számot fordítjuk a számjegyek felcserélésével kapott számhoz, akkor 27-et kapunk. Melyik az a szám?

15. Feladat

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 10. Ha ennek a számnak a felét hozzáadjuk a számjegyek felcserélésével kapott számhoz, eredményül 78-at kapunk. Melyik ez a szám?

Példa

Egy kétjegyű szám egyik számjegye háromszorosa a másiknak. Ha a számból kivonjuk a számjegyei felcserélésével kapott számot, akkor végeredményül az eredeti szám felénél 5-tel nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?

Kifejezés

A számban helyesen álló számjegyek: $3a$
 Ha megcseréljük helyüket álló számjegyek: a
 A számból kivonjuk a számjegyei felcserélésével kapott számot, akkor végeredményül az eredeti szám felénél 5-tel nagyobb számot kapunk.

Táblázat

	Eredeti számjegyek	Megcserélve számjegyek	Az eredeti számjegyek felcserélésével kapott szám
Eredeti szám	$3a$	a	$10a + 3a = 13a$
Megcserélve szám	a	$3a$	$10 \cdot 3a + a = 31a$

Eredeti szám: $10 \cdot 3a + a = 31a$

Megcserélve szám: $10a + 3a = 13a$

Megcserélve szám: $10 \cdot a + 3a = 13a$

Eredeti szám: $10a + 3a = 13a$

Egyenlet

Ha a valószínűségileg a valószínűleg felismerhetővel
kapcsolatban van, akkor a valószínűleg az eredeti
valószínűségileg a valószínűleg valószínűleg.

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} = \frac{1}{100} + \frac{1}{100}$$

Levezetés

$$\begin{aligned} 100 &= 100 + 100 = 100 + 100 && \text{valószínűleg} \\ 100 &= 100 + 100 = 100 + 100 && \text{valószínűleg} \\ 100 &= 100 + 100 && \text{valószínűleg} \\ 100 &= 100 + 100 && \text{valószínűleg} \\ 100 &= 100 + 100 && \text{valószínűleg} \\ 100 &= 100 + 100 && \text{valószínűleg} \end{aligned}$$

Ellenőrzés

Ha valószínűleg valószínűleg a valószínűleg

A valószínűleg valószínűleg, hogy az eredeti valószínűleg
valószínűleg, annak az eredeti 1, az a valószínűleg
valószínűleg, annak az eredeti 1, az a valószínűleg
valószínűleg, annak az eredeti 1, az a valószínűleg

100 - 100 = 100, az a valószínűleg 100 valószínűleg a valószínűleg valószínűleg.

Valószínűleg az eredeti valószínűleg a valószínűleg.

Példa

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 9. Ha a szám háromszorosából kivonjuk a számjegyek felcserélésével kapott szám felét, 45-öt kapunk.

Melyik ez a kétjegyű szám?

Kifejezés

A tízesek helyén álló számjegy: x

Az egyesek helyén álló számjegy: $9 - x$

Készítsünk táblázatot.

A **tízesek helyén álló számot** itt is **megszorozzuk 10-zel**, mert a tízes helyi értéken áll.

Táblázat

	tízesek helyén áll	egyesek helyén áll	két számjegy összege
Eredetileg	x	$9 - x$	$\rightarrow 10 \cdot x + (9 - x)$
Felcserélve	$9 - x$	x	$\rightarrow 10 \cdot (9 - x) + x$

Eredeti szám: $10x + (9 - x)$

Összevonva: $9x + 9$

Felcserélt szám: $10(9 - x) + x$

Összevonva: $90 - 9x$

Egyenlet

Ha **a szám háromszorosából kivonjuk a számjegyek felcserélésével kapott szám felét, 45-öt kapunk.**

$$3(9x + 9) - \frac{(90 - 9x)}{2} = 45$$

Levezetés

$$3(9x + 9) - \frac{(90 - 9x)}{2} = 45 \quad / \text{ zárójel bontás}$$

$$27x + 27 - \frac{(90 - 9x)}{2} = 45 \quad / - 27$$

$$27x - \frac{(90 - 9x)}{2} = 18 \quad / \cdot 2$$

$$54x - (90 - 9x) = 36 \quad / \text{ zárójel bontás}$$

$$54x - 90 + 9x = 36 \quad / \text{ összevonás}$$

$$63x - 90 = 36 \quad / + 90$$

$$63x = 126 \quad / : 63$$

$$x = 2$$

Ellenőrzés

A **tízesek helyén álló szám** tehát **a 2**. A tízesek és egyesek helyi értékén álló **számjegyek összege 9**, tehát az **egyesek helyén 9 - 2, vagyis 7 áll.**

Az **eredeti szám a 27**, aminek **3-szorosa 81**. A számjegyei **felcserélésével kapott szám a 72**, aminek **a fele 36**. Ezek különbsége valóban 45.

$$81 - 36 = 45.$$

Válasz: Az eredeti szám tehát a 27.

16. Feladat

Egy kétjegyű szám egyesek helyén álló számjegye kétszerese a másik számjegynek. Ha a számjegyei felcserélésével kapott számból kivonjuk az eredeti számot, akkor 6-tal kisebb számot kapunk, mint az eredeti szám. Melyik ez a szám?

17. Feladat

Egy kétjegyű szám tízesek helyén álló számjegye kétszerese a másik számjegynek. Ha az eredeti számot elfelezem, akkor 6-tal kisebb számot kapok, mint a számjegyei felcserélésével kapott szám.
Melyik ez a szám?

18. Feladat

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 13. Ennek a számnak a negyede 25,5-del kisebb, mint a számjegyi felcserélésével kapott szám.
Melyik ez a kétjegyű szám?

19. Feladat

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 9. Ha a szám feléhez hozzáadok 10-et, akkor ugyanannyit kapok, mint ha a számjegyi felcserélésével kapott szám kétszereséből kivonok nyolcat.
Melyik ez a kétjegyű szám?

Keveréssel kapcsolatos feladatok

Az összekeveréses feladatok lényege, hogy különböző mennyiségű és tulajdonságú részeket (például folyadékot, apró szemű anyagot) összekeverve egy új mennyiséget kapunk, amelynek meg kell határoznunk akár az értékét, a sűrűségét, vagy az árát. A feladatok tipikusan egyenletekre épülnek: például „összekeverünk kétféle gyümölcslevet különböző áron, mennyi lesz az egy literre jutó új ár?” vagy „kétféle sóoldatot összeöntünk, hány százalékos lesz az új keverék”.

A lényeg: helyesen kell felírni az összefüggéseket, és figyelni kell, hogy melyik adatot kell kiszámítani.

A feladat szövegéből fontos kigyűjteni az adatokat, és táblázatba foglalni azokat, hogy teljesen átlátható legyen a feladat, illetve fel lehessen írni az egyenletet.



Példa

3 dl 60%-os gyümölcsstartalmú ivóléhez hozzáöntöttünk 2 dl 40%-os ivólevet. Hány százalékos az összekevert ital gyümölcsstartalma?

Készítsünk táblázatot, írjuk be az adatokat.

Táblázat

	Mennyiség (dl)	Gyümölcs- tartalom (%)
1. oldat	3	60
2. oldat	2	40
Keverék	5	x

Magyarázat

A táblázat "Mennyiség" oszlopába (fentről lefelé) **beírtuk, hogy** az első ivóléből 3 dl, a másikkból 2 dl van. A legalsó sorba pedig beírjuk ezek összegét ami 5 dl, hiszen **összeöntöttünk 2 + 3 dl-t, ami összesen 5 dl.**

A mellette lévő oszlopba írtuk, hogy hány százalék gyümölcsöt tartalmaznak az egyes ivólevelek. Itt a **keverék gyümölcsstartalmát** kell kiszámolnunk, amit **"x"-szel jelölünk.**

Egyenlet

Az egyenletet úgy írjuk fel, hogy összeadjuk az első, és a második ivólé mennyiségének, és gyümölcstartalmának szorzatát, ami egyenlő lesz a keverék mennyiségének, és gyümölcstartalmának szorzatával.

$$3 \cdot 60 + 2 \cdot 40 = 5 \cdot x$$

Levezetés

$$3 \cdot 60 + 2 \cdot 40 = 5x \quad / \text{ szorzás}$$

$$180 + 80 = 5x \quad / \text{ összevonás}$$

$$260 = 5x \quad / : 5$$

$$52 = x$$

Ellenőrzés

$$3 \cdot 60 + 2 \cdot 40 = 5 \cdot 52$$

$$180 + 80 = 260$$

A két ivólé összeöntésével, vagyis a keverék tehát 52%-os lesz.

Megjegyzés

Az iskolában esetleg úgy is tanulhattad, hogy osztani kell 100-zal a százalékot, hiszen századrészt számolunk. Ebben az esetben az egyenlet felírása így módosul:

$$3 \cdot 0,06 + 2 \cdot 0,04 = 5 \cdot 0,01x$$

$$1,8 + 0,8 = 0,05x$$

$$2,6 = 0,05x$$

$$52 = x$$

Mindkét módszer működik, bármelyiket használhatod.
Válasz: A keverék tehát 52%-os lesz.

Példa

1,5 liter 80%-os gyümölcstartalmú ivóléhez hozzáöntöttünk 5 dl vizet. Hány százalékos az összekevert ital gyümölcstartalma?
Készítsünk táblázatot, írjuk be az adatokat.

Táblázat

	Kezdeti ital	Víz
Kezdeti mennyiség	1,5 l	0,5 l
Összes mennyiség	2,0 l	
Összes gyümölcstartalom	1,2 l	0 l

Magyarázat

A feladatban "Kezdeti ital" mennyiségbe írtuk be, hogy az eredeti 1,5 l, a vizet pedig 0,5 l-t. A kevert ital mennyiségét az eredeti 1,5 l + a hozzáadott 0,5 l, azaz összesen 2,0 l.

A kevert ital gyümölcstartalmát is megírtuk, az a kezdeti gyümölcstartalom 1,2 l, azaz 80%.

2,0 l a kevert ital teljes mennyisége, azaz az eredeti 1,5 l + a hozzáadott 0,5 l, azaz összesen 2,0 l.

Egyenlet

Az egyenletet így írjuk fel, hogy összeadjuk a két feljuttatás mennyiségét, és gondolkodtatunkat vesszük, ami egyenlő lesz a levezetett mennyiséggel, és gondolkodtatunkat vesszük.

$$15 - 80 = 5 - 0 = 20 = x$$

Levezetés

$$15 - 80 = 5 - 0 = 20x \quad / \text{szorozás}$$

$$1200 = 0 = 20x \quad / \text{összevonás}$$

$$1200 = 20x \quad / : 20$$

$$60 = x$$

Ellenőrzés

$$15 - 80 = 5 - 0 = 20 - 60$$

$$1200 = 1200$$

A két feljuttatás összevonásával, vagyis a levezetett érték 60%-os lesz.

Megjegyzés

Egyenlet felírása másképpen:

$$15 - 80 = 5 - 0 = 20, 20x$$

$$15 - 0 = 5, 20x$$

$$15 = 5, 20x$$

$$60 = x$$

Vagyis: A levezetett érték 60%-os lesz.

20. Feladat

Nagyi a főzéshez tejfölt szeretne felhasználni, de nem talált hozzá megfelelő zsírtartalmút, ezért összeöntött 3 dl 12%-os, és 5 dl 20%-os tejfölt.

Hány százalékos az összekevert tejföl zsírtartalma?

21. Feladat

Hány százalékos lesz annak a joghurtnak a gyümölcstartalma, amit 1 dl 10%-os és 3 dl 6%-os joghurtból készítek össze?

22. Feladat

Kati a vendégek számára készít szörpöt. Úgy gondolja, hogy a keverék gyümölcstartalma 5-8% között kell legyen a megfelelő ízhatás eléréséhez, ezért 2 dl 60%-os szörpöz 1,8 liter vizet önt. Hány százalékos lesz így a keverék? Eléri-e Kati a kívánt ízhatást?

23. Feladat

Hány százalékos lesz a joghurt, ha összekeverek 10 kg 10% zsírtartalmú joghurtot és 20 kg 6% zsírtartalmú joghurtot?

24. Feladat

Összekeverek 5 kg 10% zsírtartalmú, 8 kg 10% zsírtartalmú és 11 kg 10% zsírtartalmú joghurtot. Hány százalékos lesz az így kapott joghurtok zsírtartalmának átlaga?

Példa

Mennyi vizet kell elpárologtatni 20 liter 30%-os sóoldatból, hogy 50%-os sóoldatot kapjunk?

Táblázat

	Mennyiség (l)	Sótartalom (kg)
Kezdet	20	6
Víz	x	0
Végeredmény	20 + x	6

Magyarázat

A feladatot megoldásuk a megadott adatok alapján kell elvégezni. Először meg kell határozni, hogy mennyi só van a kezdeti oldatban. Ez a 30%-os oldatból számítható ki, azaz $20 \text{ liter} \cdot 0,3 = 6 \text{ kg}$. Ez a só mennyiség nem változik meg a párologtatás során, csak a víz mennyisége csökken. A végeredményben a só mennyisége 6 kg, de az oldat 50%-os lesz. Ez alapján számíthatjuk ki a végső oldat mennyiségét: $6 \text{ kg} : 0,5 = 12 \text{ liter}$. Tehát 8 liter vizet kell elpárologtatni a 20 liter 30%-os oldatból, hogy 12 liter 50%-os oldatot kapjunk.

Egyenlet

Az egyenletet felírva látni, hogy a baloldali tagok összege megegyezik a jobb oldali tagokkal. Ezért az egyenletet a következőképpen lehet átrendezni:

$$20 - 20 + x - 2 = 1000 - 2$$

Levezetés

$$\begin{aligned}20 - 20 + x - 2 &= 1000 - 2 && \text{Egyenlet} \\100 &= 1000 - 2 && \text{Egyenlet} \\100 &= 1000 - 200 && \text{Egyenlet} \\-100 &= -200 && \text{Egyenlet} \\0 &= 0 && \text{Egyenlet}\end{aligned}$$

Ellenőrzés

$$\begin{aligned}20 - 20 + 0 - 2 &= 1000 - 2 \\100 &= 1000 - 2 \\100 &= 1000\end{aligned}$$

Az "0" értéket lehet 0, vagyis ahogy akarunk, de az egyenlet igaz, hogy a baloldali tagok összege megegyezik a jobb oldali tagokkal. Ezért az egyenletet a következőképpen lehet átrendezni:

Példa

Hány százalékos narancslevet öntsünk 10 liter 100%-os narancsléhez, hogy a keverék 25 liter 62,5%-os legyen?

Táblázat

	Mennyiség (l)	Gyümölcs- tartalom (%)
1. oldat	10	100
2. oldat	25 - 10 = 15	x
Keverék	25	62,5

Magyarázat

Az adatok kigyűjtésével könnyen kiszámíthatjuk **a második narancslé** mennyiségét, hiszen 10 literhez **15 litert** kell öntenünk, hogy 25 litert kapjunk. Ennek az ivólének jelöljük a gyümölcstartalmát ismeretlennel. Az adott mennyiségeket szorozzuk meg a hozzájuk tartozó gyümölcstartalommal, majd az első, és második oldatok ilyen módon kapott szorzatait összeadjuk. Ez egyenlő lesz a keverék adatainak szorzatával.

Egyenlet

$$10 \cdot 100 + 15 \cdot x = 25 \cdot 62,5$$

Levezetés

$$10 \cdot 100 + 15 \cdot x = 25 \cdot 62,5 \quad / \text{ szorzás}$$

$$1000 + 15x = 1562,5 \quad / -1000$$

$$15x = 562,5 \quad / : 15$$

$$x = 37,5$$

Ellenőrzés

$$10 \cdot 100 + 15 \cdot 37,5 = 25 \cdot 62,5$$

$$1000 + 562,5 = 1562,5$$

$$1562,5 = 1562,5$$

A válasz tehát, 37,5% gyümölcstartalmú narancslevet kell hozzáönteni az adott narancsléhez, hogy 62,5%-os legyen.

25. Feladat

Mennyi vizet kell elpárologtatni, 18 liter 32%-os sóoldatból, hogy 60%-os legyen?

26. Feladat

Egy 12% -os sóoldatból elpárologtatunk 18 dl vizet, és így 40% -os lett a sóoldat.
Mennyi dl vizet az eredeti oldatból?

27. Feladat

Egy kertész vegyszert kever. 12 liter 2%-os vegyszerhez mennyi 4,5%-os vegyszert öntsön, hogy a keverék 3%-os legyen?

28. Feladat

Mennyi sóoldatból készült keverékünk 2 dl 40% -os sóoldattal, hogy a keverék 4,5 dl 40% -os legyen?

29. Feladat

2 liter 12% -os só oldat elpárologtatunk 0,8 liter vizet, és így a sóoldatunk így 18 mgos lett. Hozzáadunk 0,2 liter 40% -os só oldat. Mennyi sóoldatunk lesz így a végül keverék oldatunk?

Életkorral kapcsolatos feladatok

Ebben a részben különböző személyek életkorát kell meghatároznod a megadott információk alapján.

Az adatok kigyűjtése, és kifejezése kulcsfontosságú lehet. Ahogy a korábbi feladatoknál már megszokhattad, itt is egyenlet levezetésével próbáld meg rájönni a megoldásra.

Negatív végeredmény nem jó megoldás!

Amennyiben negatív számot kapsz végeredménynek, ne végezz ellenőrzést, hanem próbáld megtalálni a hibát, vagy a táblázatban, vagy az egyenlet felírásában, vagy annak levezetésében.



Példa

Robi és az anyukája életkora együtt most 60 év. 2 évvel ezelőtt Robi anyukája 3-szor annyi idős volt, mint Robi. Hány évesek most külön-külön?

Táblázat

	Robi	Anyja
2 éve	x	$3x$
Most	$x+2$	$3x+2$

Magyarázat

Egy táblázat elkészítése és kitöltése az a legelső lépés, amit meg kell tennünk, mielőtt elkezdenénk megoldani a feladatot. Azonban az első táblázatunkat, majd felírva az egyenletet.

A feladat alapján, amit feltételezünk, hogy 2 éve Robi anyukája 3-szor annyi idős volt, mint Robi. Ha Robi 2 évvel ezelőtt x éves, anyukája pedig $3x$ éves.

Most meg kell határoznunk 2 évvel ezelőtti életkorukat, majd hozzáadni, amit egy perccel, hogy meghatározzuk jelenlegi életkorukat. Az egyenletet tehát így írjuk fel, hiszen Robi és anyukája jelenlegi életkora együtt összesen 60.

Egyenlet

$$(x+2) + (3x+2) = 60$$

Levezetés

$$\begin{aligned}
 2x + 2y + 25x + 2y + 40 &= 2 \text{ szék ára} + 2 \text{ lámpa ára} \\
 x + 2y + 25x + 2y + 40 &= 2 \text{ lámpa ára} \\
 4x + 4y + 40 &= 2 \cdot 4 \\
 4x + 40 &= 8 \\
 x &= 18
 \end{aligned}$$

Ellenőrzés

$$\begin{aligned}
 2(18) + 2y + 25(18) + 2y + 40 &= 2 \cdot 40 \\
 18 + 40 + 2y + 2y + 40 &= 80 \\
 18 + 40 + 4y &= 80 \\
 4y &= 22
 \end{aligned}$$

Ha a szék 18 forint, akkor 18 forint kell, hogy legyen 18 forint. Átlagban pedig 40 forint kell 2 db, hogy legyen 40 forint. A második lámpának átlagban 18 + 40 = 58 forint kell.

A szék tehát 18 forint, a lámpa pedig 40.

Példa

Pisti jelenleg 16 éves, édesapja pedig 40.
Hány év múlva lesz Robi apukája kétszer annyi idős,
mint Robi?

Táblázat

	Pisti	Apa
Most	16	40
"X" év múlva	$16 + x$	$40 + x$

Magyarázat

A szöveg alapján, amit biztosan tudunk, hogy **Pisti most 16 éves, apukája pedig 40**. Ezt írjuk be a táblázatba.

Valamennyi év múlva Pisti édesapja kétszer annyi idős lesz, mint Pisti. Nem tudjuk, hogy pontosan hány év múlva, ezért ezt keressük most meg, **jelöljük "x"-szel**.

Ekkorra **Pisti $16 + x$, édesapja pedig $40 + x$** éves lesz. Ekkor az apukája életkora 2-szer annyi lesz, mint Pistié. Az egyenletet úgy írhatjuk fel, hogy Pisti életkorát megszorozzuk kettővel, és így mindkét oldal egyenlő lesz.

Egyenlet

$$2 \cdot (16 + x) = (40 + x)$$

Levezetés

$$2 \cdot (16 + x) = (40 + x) \quad / \text{ zárójelbontás}$$

$$32 + 2x = 40 + x \quad / - x$$

$$32 + x = 40 \quad / - 32$$

$$\mathbf{x = 8}$$

Ellenőrzés

$$2 \cdot (16 + 8) = (40 + 8)$$

$$2 \cdot 24 = 48$$

$$48 = 48$$

Pisti apukája 8 év múlva lesz pontosan kétszer annyi idős, mint Pisti. Pisti ekkor 24, édesapja pedig 48 éves lesz.

30. Feladat

Két testvér életkora együtt most 28 év. 8 évvel ezelőtt az idősebb testvér 2-szer annyi idős volt, mint a fiatalabbik. Hány évesek most külön-külön?

31. Feladat

Éva most 15 éves, nagymamája pedig 75. Hány év múlva lesz Éva nagyi annyi idős, mint a nagymamája?

32. Feladat

Éva jelenleg 16 éves, Péter pedig 45. Hány évvel ezelőtt volt nagyjuk életkorának összege 50?

33. Feladat

Károli és Fanni életkorának összege 32 év. 8 év múlva Károli pontosan annyi idős lesz, mint most Fanni. Hány évesek most külön-külön?

34. Feladat

Edit két évvel idősebb Dórinál, viszont két évvel fiatalabb Annánál. Hármójuk életkorának összege 30 év.

A) Hány évesek most külön-külön?

B) Hány év múlva lesz hármójuk életkorának összege 51 év?

Példa

Tibi most négyszer annyi idős, mint Áron. 4 év múlva már csak kétszer annyi idős lesz, mint Áron. Hány évesek most?

Táblázat

	Tibi	Áron
Most	$4x$	x
4 év múlva	$4x + 4$	$x + 4$

Magyarázat

A feladat első sorában megadjuk Tibi és Áron életkorát. Tibi $4x$ éves, Áron x éves. A második sorban jelöljük, hogy 4 év múlva mennyi életkoruk lesz, vagyis $4x + 4$ és $x + 4$. A feladat második sorában megadjuk, hogy 4 év múlva Tibi és Áron életkoruk aránya 2:1 lesz, vagyis $4x + 4 = 2(x + 4)$. Ez az egyenlet adja meg a megoldást. A feladat második sorában megadjuk, hogy 4 év múlva Tibi és Áron életkoruk aránya 2:1 lesz, vagyis $4x + 4 = 2(x + 4)$. Ez az egyenlet adja meg a megoldást. A feladat második sorában megadjuk, hogy 4 év múlva Tibi és Áron életkoruk aránya 2:1 lesz, vagyis $4x + 4 = 2(x + 4)$. Ez az egyenlet adja meg a megoldást.

Egyenlet

$$4x + 4 = 2(x + 4)$$

Levezetés

$$\begin{aligned}
 4x + 4 + 2x + 4 &= 7 + 2x + 4 \\
 4x + 4 + 2x + 4 &= 7 + 2x \\
 2x + 4 + 4 &= 7 + 4 \\
 2x + 4 &= 7 + 2 \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

Ellenőrzés

$$\begin{aligned}
 4 \cdot 2 + 4 + 2 \cdot 2 + 4 &= 7 + 2 \cdot 2 + 4 \\
 8 + 4 + 2 + 4 &= 7 + 4 + 4 \\
 12 + 12 &= 12 + 12
 \end{aligned}$$

A feladatokat elvégezve, hogy 4-es györféle ábrákra jussunk 12-es, tehát 2-mal györféle 4-es. Ha megvizsgáljuk az ábrát, tehát 4-es.

Példa

Egy apa és lánya életkorának összege 76 év volt 8 évvel ezelőtt. 6 év múlva az apa életkora a lánya életkorának kétszeresénél 10-zel kevesebb lesz.

Hány éves most a lánya?

Táblázat

	Lánya	Apa
8 éve	x	$76 - x$
6 év múlva	$x + 14$	$76 - x + 14$

Magyarázat

8 évvel ezelőtt a **lánya** életkora " x ", **apa** életkora pedig " $76 - x$ ". Itt gondoljuk végig **hány év telik el** a 8 évvel ezelőtt, és a hat év múlva között! **Összesen $8 + 6$ vagyis 14 év** telik el a két időpont között. Vagyis **6 év múlva** a lánya " $x + 14$ " apa pedig " $76 - x + 14$ " éves lesz. Ebből a sorból írjuk fel az egyenletet. Ekkor apa életkora a lánya életkorának kétszeresénél 10-zel kevesebb lesz, vagyis **nem az apa életkorát szorozzuk meg kettővel, majd vonunk ki belőle tízet, hanem a lánya életkorát**, hogy fennálljon az egyenlet.

Egyenlet

$$2 \cdot (x + 14) - 10 = 76 - x + 14$$

Levezetés

$$2(x + 14) - 10 = 76 - x + 14 \quad / \text{ zárójelbontás}$$

$$2x + 28 - 10 = 76 - x + 14 \quad / \text{ összevonás}$$

$$3x + 18 = 90 \quad / - 18$$

$$3x = 72 \quad / : 3$$

$$\mathbf{x = 24}$$

Ellenőrzés

$$2 \cdot (24 + 14) - 10 = 76 - 24 + 14$$

$$2 \cdot (38) - 10 = 52 + 14$$

$$76 - 10 = 66$$

$$66 = 66$$

Apa 8 évvel ezelőtt $76 - 24$, vagyis **52 éves** volt, a **lánya** pedig **24 éves**. **6 év múlva a lány** **38 éves** lesz, **apa pedig 66**, ami valóban a 38 kétszeresénél 10-zel kevesebb. **De hány éves most a lány?** Ha **8 éve 24 éves volt**, akkor **most $24 + 6$, azaz 32 éves**.

Válasz: Az apuka lánya 32 éves most.

35. Feladat

Edina most háromszor annyit állt, mint Judit, 2 év múlva már csak kétszeresen annyit állt le, mint Judit. Hány évesek most?

36. Feladat

Gergő 14 év múlva háromszor annyi idős lesz, mint amennyi 10 évvel ezelőtt volt. Hány éves most Gergő?

37. Feladat

Edina 4 év múlva annyit állt, mint Béla, aki kétszeresen állt, mint Edina. 4 év múlva hányévosa lesz Edina? 48 év lesz. Hány évesek most Edina és Béla?

38. Feladat

Apja és anyja hányévosa voltak egykor? 4 évvel 3 évvel fiatalabb. 3 év múlva apa és anyja hányévosa lesz? Együtt pontosan 100 év lesz. Hány évesek most apa és anyja?

39. Feladat

Thadéus 3 év múlva 2 év fiatalabb lesz, mint Béla, most Béla 12 éves. Thadéus hány éves? 40 évvel 3 évvel fiatalabb volt Béla. Hány évesek most Béla?

Mozgással kapcsolatos feladatok

A mozgással kapcsolatos szöveges feladatok két személy vagy tárgy mozgását írják le. A sebességük, és/vagy az indulásuk időpontja eltérő. A feladatod jellemzően az lesz, hogy kitaláld mikor találkoznak egymással, vagy haladnak el egymás mellett, akár egymással szembe haladnak, akár ugyanabba az irányba.

Fontos azonos mértékegységekkel dolgozni. Például percet átváltani órába (h), vagy a kilométert méterbe amennyiben szükséges. Az ismeretlen kiválasztása itt is nagyon fontos. Meg kell figyelni, hogy ugyanabban az időben vagy ugyanakkora úton történik-e az összehasonlítás.

Jelölések: **-út: s**

-sebesség: v

-idő: t

Fontos! A másodperc jelölése szintén "s", vagy "mp".



Példa

Géza reggel 8 órakor elindul Béla felé, aki tőle 16 km-re lakik. Béla is elindul ugyanebben az időpontban Géza irányába. Mikor fognak találkozni, ha Géza 3 km-t, Béla pedig 5 km-t tesz meg óránként?

Táblázat

	$v \left(\frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$	t (h)	s (km)
Géza	3	x	3x
Béla	5	x	5x

Magyarázat

Készítünk egy táblázatot, és belefoglaljuk az adatokat. A sebesség (v) oszlopba írjuk a két fiú sebességét. **Az időt (t) jelöljük x-szel**, hiszen ezt szeretnénk megtudni. Az út (s) oszlop felírásához használjuk az út-idő- sebesség általános képleteit: **$v = s : t$ $s = v \cdot t$ $t = s : v$**

Látható, hogy **az út** felírásához össze kell szorozzuk az időt és a sebességet. Így kapjuk meg, hogy **3x**, és **5x**.

Géza 3x utat tett meg, Béla pedig 5x utat. Ha ezeket összeadjuk, akkor összesen 16 km-t tettek meg együtt. Ebből felírható az egyenlet.

Fontos! Az általános képleteket a táblázatok kitöltéséhez használjuk, az egyenletek felírását pedig a kitöltött táblázat segítségével írjuk fel.

Egyenlet

$$3x + 5x = 16$$

Levezetés

$$3x + 5x = 16 \quad / \text{összevonás}$$

$$8x = 16 \quad / : 8$$

$$x = 2$$

Ellenőrzés

$$3 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 16$$

$$6 + 10 = 16$$

Az eredményből látható, hogy **2 óra múlva, azaz 10 órakor fognak** egymással **találkozni**, ha 8 órakor indultak el.

Kiszámolhatjuk azt is, mekkora utat tettek meg külön-külön, hiszen most már tudjuk mennyi ideig haladtak. **Géza** 3 km/h sebességgel haladt 2 órán át, vagyis **$3 \cdot 2$, tehát 6 km-t tett** meg, **Béla** pedig **$5 \cdot 2$, vagyis 10 km-t** haladt.

Válasz: 10 órakor fognak egymással találkozni.

Példa

Ali és Bori 22 km-re laknak egymástól. Iskola után, délután 4 órakor elindulnak egy játszótérre, ami Alitól 6 km-re található. Bori kerékpárral jön és 16 km-t tesz meg óránként.

Mennyi idő múlva találkoznak egymással?

Mekkora Ali sebessége?

Táblázat

	$x = \left(\frac{1}{3}\right)^t$	$x = 20t$	$x = 200t$
Ali	↓	↓	↓
Bori	↑	↑	↑

Magyarázat

A táblázatba beírjuk Ali sebességét, 200 m másodpercenként, Bori pedig a kerékpár sebességét, ami 20 m másodpercenként, így látjuk, hogy összesen 220 m másodpercenként mozognak egymással. Bori addig utazik Addig, amíg az Ali sebességétől 220 m-tal nagyobb sebességgel nem halad el, azaz $220 + 200 = 420$ m másodpercenként.

$$x = 420$$

Így nagyon egyszerűen megkapjuk, hogy 12,5 óra múlva találkoznak a játszótérrel. (Ha szeretnénk ezt pontosan megkapni, akkor felírhatjuk a 12,5-et 12,500-re, ami 40 perc.)

Ergebnis: Eine mag. 40 unterschätzt, ein weiterer 0,8 bis 1,0 mag unter mag. 40 übersteigt zu $\approx 1:10$. Obwohl es a magnetisch ist, es ist nicht $\approx 1:10$ bis magnetisch 40 unterschätzt, um 0,8 bis 1,0.

1) what is/are a villus (what is, long 0.5 mm, over 10 per villus) villus (fingerlike appendage) a villus.
2) what is/are a crypt (what is, a villus, fingerlike appendage)

40. Feladat

Kinga és Vera egy 2100 méteres kört fognak lefutni a parkban úgy, hogy ellentétes irányba indulnak majd el. Délután 3 órakor indulnak, és Kingától 900 méterre fognak majd találkozni. Vera 4 métert tesz meg másodpercenként.

41. Feladat

Kinga és Vera egy 2100 méteres kört fognak lefutni a parkban úgy, hogy ellentétes irányba indulnak majd el. Délután 3 órakor indulnak, és Kingától 900 méterre fognak majd találkozni. Vera 4 métert tesz meg másodpercenként.

- A) Mennyi idő múlva találkoznak egymással?
- B) Mekkora Kinga sebessége?
- C) Hány **perc** alatt futja le Kinga a teljes távot?

42. Feladat

Kinga és Vera egy 2100 méteres kört fognak lefutni a parkban úgy, hogy ellentétes irányba indulnak majd el. Délután 3 órakor indulnak, és Kingától 900 méterre fognak majd találkozni. Vera 4 métert tesz meg másodpercenként.

Példa

Egy autó elindul Budapestről Szeged irányába reggel 7 órakor. A sebessége 80 km/h átlagosan. Egy motoros negyed órával később indul el szintén Budapestről Szeged irányába. Az ő sebessége 25 m/s (méter/mp).
A) Mennyi idő múlva éri utol a motoros az autót?
B) Mekkora utat tettek meg a találkozásig?

Táblázat

	t (h)	s (km)	s (m)
Autó	0	$s = 0$	$s_0 = 0$
Motoros	0.25	$s = 0$	$s_0 = 0$

Magyarázat

Először az autót, és a motoros sebességét. A motoros sebességét az első sebesség sebességmértékegységgel.
 $1 \text{ m/s} = 3.6 \text{ km/h}$, vagyis $25 \cdot 3.6 = 90 \text{ km/h}$.
 Az első két sor az ismeretlen. A motoros $1/4$ óráig tartott, az autót pedig negyed órával előzött, vagyis $t_1 = 0.25$ óráig. Előzött azt egy perccel, 0.25 , vagyis $1/4$ óráig az autót megelőzte. Tehát az $t_1 = 0.25$ óráig.
 vagyis az autót az első $t_1 = 0.25$ óráig megelőzte.
 Tehát, hogy felírjuk a perccel az első $t_1 = 0.25$ óráig.
 Tehát az autót az első $t_1 = 0.25$ óráig megelőzte.

Egyenlet

Levezetés

Ellenőrzés

Példa

Egy teherautó délelőtt 9 órakor elindul a tőle 75 km-re található telephelyre. Egyenletesen halad 50 km/h sebességgel. Fél órával később egy kamion a teherautó után indul ugyanabból az indulási pontból, szintén a telephelyre. A sebessége 60 km/h. Mikor a kamion megérkezik a telephelyre a teherautó már bent áll.

A) **Hány perc** alatt ér a teherautó a telephelyre?

B) Hány órákor fog találkozni a két jármű?

Táblázat

	$t = 0$	$t = 0,5$	$t = 0,75$
teherautó			
kamion			

Magyarázat

Az első táblázatban nem tudjuk először, mely holban van, hogy a kamion 0,5 órával később indul, az nem tudjuk, hogy mikor áll a teherautó a telephelyen, mikor a kamion megérkezik, az viszont minden esetben igaz, hogy a teherautó 0,75 órával később érkezik a telephelyre, hogy mennyi ideig voltak ott, ezt megkérdezzük: $t = ?$ óra

A teherautó $75 - 50$, vagyis 25 km alatt érkezett meg a telephelyre.

A kamion $75 - 60$, vagyis 15 km alatt érkezett a telephelyre.

Megkérdezzük, hány órával később a kamion megérkezik a telephelyre?

Táblázat

	$\sim \left(\frac{1}{2}\right)$	$\sim 20\%$	$\sim 200\%$
teljesítmény	50	1,5	50
hossz	50	1,25	50

A teljesítmény 5 darabos indexű, és 1,5 óra alatt érhető meg, tehát 10 darabos az a teljesítmény.

A hossz 5 darabos indexű, és 1,25 vagy 50 megadott óra alatt érhető meg, tehát 10 darabos az érhető meg.

Válasz:

Ha a teljesítmény 1,5 óra, vagyis $1,5 \cdot 50 = 75$ perc alatt érhető a teljesítmény.

Ha 10 darabos fogadható a 10 perc, amikor a hossz is megadható.

43. Feladat

Zsolt elindul kocsival Budapestről Győr irányába reggel 6 órakor. A sebessége 60 km/h átlagosan. Barátja, Hugó 6 perccel később indul el szintén Budapestről Győr irányába. Az ő sebessége 20 m/s.

A) Mennyi idő múlva éri utol Hugó Zsoltot?

B) Mekkora utat tettek meg a találkozásig?

44. Feladat

45. Feladat

46. Feladat

Egy fekete és egy fehér macska játszanak a kertben. A fehér macska hirtelen elkezd szaladni 8 m/s sebességgel. A fekete macska ezt észreveszi, és öt másodperc (s) múlva utána szalad 10 m/s sebességgel.

A) Hány másodperc múlva éri utol a fekete a fehér macskát a fekete macska indulásától számítva?

B) Hány métert tesznek meg ez alatt?

47. Feladat

48. Feladat

Ki teljesíti gyorsabban a 39,6 km-es távot? Feri, akinek a sebessége 18 km/h, és közben negyed órát pihen, vagy Tomi, aki 22 km/h sebességgel fut, és fél órát pihen?

Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok

Az együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok lényege, hogy többen (emberek, gép, csapat, cső stb.) ugyanazt a munkát közösen végzik, és azt kell kiszámítani, hogy együtt mennyi idő alatt végeznek, illetve egy adott idő alatt mennyi munkát végeznek el.

Amikor valaki egy munkát x óra alatt végez el, akkor 1 óra alatt a munka $1/x$ részét végzi el.

Ezt nevezzük munkatempónak vagy teljesítménynek.

A közös mértékegységre váltás itt is nagyon fontos!



Példa

Apa és anya szobát festenek. Apa 4 óra alatt, anya pedig 6 óra alatt festené ki a teljes szobát.

Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak?

Táblázat

	Idő (óra)	1 óra alatt	x óra alatt
Apa	4	$\frac{1}{4}$	$\frac{x}{4}$
Anya	6	$\frac{1}{6}$	$\frac{x}{6}$

Magyarázat

A táblázat kitöltése nagyon egyszerű. Jelöljük ki, hány óra alatt végezne egyedül a festéssel, illetve azt is, hogy mennyi idő alatt végeznének egy óra alatt, és "x" óra alatt. **Az ismeretlen érték** jelöli azt az időt, **amennyit dolgozni fognak együtt**, hogy végezzenek az adott munkával.

Az egyenlet felírásához adjuk össze apa, és anya "x" óra alatt elvégzett munkájának mennyiségét, és ezt tegyük egyenlővé eggyel, hiszen ugyanazon dolgoznak együtt.

Egyenlet

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 1$$

Levezetés

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} + \frac{x}{6} &= 1 && / \text{ közös nevező} \\ \frac{3x}{12} + \frac{2x}{12} &= 1 && / \cdot 12 \\ 3x + 2x &= 12 && / \text{ összevonás} \\ 5x &= 12 && / : 5 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{2,4}\end{aligned}$$

Magyarázat

Mivel anya egyedül 6 óra alatt végezne, apa pedig 4 óra alatt, közösen biztosan hamarabb végeznek, mint ahogy egyedül végeznének vele. A 2,4 óra egy megfelelő, eredménynek látszik.

Ellenőrzésnél behelyettesítjük a kapott eredményt az általunk felírt egyenletbe. A műveletet felírhatjuk más alakban is, hogy egyszerűbb legyen a számolás.

Cseréljük le a törtvonalat osztás jelre, és használjunk zárójelet.

Ellenőrzés

$$\begin{aligned}\frac{2,4}{4} + \frac{2,4}{6} &= 1 \longrightarrow (2,4 : 4) + (2,4 : 6) = 1 \\ &0,6 + 0,4 = 1 \\ &0,6 + 0,4 = 1\end{aligned}$$

A válasz tehát, apa és anya együtt 2,4 óra alatt végeznek a festéssel.

Példa

Apa és gyermeke szobát festenek. Apa 4 óra alatt festené ki a teljes szobát. Ketten együtt 3 óra alatt végeznek a munkával. Mennyi idő alatt festené ki apa gyermeke a szobát egyedül?

Táblázat

	1 óra alatt	2 óra alatt	3 óra alatt
Apa	1/4	2/4	3/4
Gyermek	1/6	2/6	3/6

Magyarázat

Ismerjük a feladatadatok, hogy apa mennyi idő alatt festené ki a szobát egyedül, egy óra alatt, illetve 2 óra alatt mennyi festéshez van. Az ismeretlen értéket most az apa gyermekeével végezzük, mennyi idő alatt ő egyedül fogja ki a szobát.

Az egyenlet az a feladatunk közös munkáját írja le.

Egyenlet

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 1$$

Levezetés

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1$$

$$1 = 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1$$

$$1 = 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1$$

$$1 = 1$$

$$\frac{1}{2} = 1$$

Ellenőrzés

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} = 1$$

Az ellenőrzés során a számok helyességét kell ellenőrizni.

Az ellenőrzés során a számok helyességét kell ellenőrizni.

49. Feladat

Pisti és Laci rendet raknak a nappaliban. Pisti 6 óra alatt, Laci 9 óra alatt rakna rendet egyedül. Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak, és ugyanakkor kezdik el a rendrakást?

50. Feladat

Laci, Pisti és Laci rendet raknak a nappaliban. Pisti 6 óra alatt, Laci 9 óra alatt rakna rendet egyedül. Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak, és ugyanakkor kezdik el a rendrakást?

51. Feladat

Nagyapa, és unokája vettek egy Lego készletet. Nagyapa 30 perc alatt állítaná össze egyedül, de unokája besegít neki, és így 12 perc alatt végeznek vele. Mennyi időt venne igénybe az unokájának egyedül összeállítania ugyanezt a készletet?

52. Feladat

Laci, Pisti és Laci rendet raknak a nappaliban. Pisti 6 óra alatt, Laci 9 óra alatt rakna rendet egyedül. Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt dolgoznak, és ugyanakkor kezdik el a rendrakást?

Példa

Három gép egyszerre dolgozik 800 csavar elkészítésén. Az első gép 48 perc alatt, a második gép 72 perc alatt, a harmadik gép 2,4 óra alatt végezne a munkával egyedül. Hány perc alatt végeznek együtt a legyártással?

Táblázat

	48 perc	72 perc	144 perc
Első gép			
Második gép			
Harmadik gép			

Magyarázat

Először is meg kell határozni a gépek munkahatékonyságát. A második gép munkahatékonysága az első gépéhez képest $\frac{48}{72} = \frac{2}{3}$ részére, azaz $\frac{2}{3}$ részére csökken. A harmadik gép munkahatékonysága az első gépéhez képest $\frac{48}{144} = \frac{1}{3}$ részére csökken. Ez azt jelenti, hogy a három gép együtt dolgozva $1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 2$ géppel egyenértékű. Ez azt jelenti, hogy a három gép együtt dolgozva $\frac{48}{2} = 24$ perc alatt végez el 800 csavart.

Egyenlet

$$\frac{1}{48} + \frac{1}{72} + \frac{1}{144} = \frac{1}{x}$$

Levezetés

Ellenőrzés

Példa

Három diák összeszedi lehullott leveleket a parkban.

Az első diák 2 óra alatt, a második diák 1 óra alatt, a harmadik diák pedig 40 perc alatt végezne egyedül a munkával. Az első diák kezdi el a munkát a harmadikkal, aki a munka befejezése előtt 20 perccel távozik. A második diák fél órával később csatlakozik hozzájuk.

Hány perc, illetve hány óra alatt fejezik be így a munkát?

Táblázat

	Idő (perc)	1 perc alatt	x perc alatt
Első diák	120	$\frac{1}{120}$	$\frac{x}{120}$
Második diák	60	$\frac{1}{60}$	$\frac{x - 30}{60}$
Harmadik diák	40	$\frac{1}{40}$	$\frac{x - 20}{40}$

Magyarázat

Váltsuk át az időt egységesen mindenhol **percbe**, majd töltsük ki a táblázatot a kapott adatokkal. **Az első diák** a munka elejétől a végéig jelen van, vagyis ő dolgozik a legtöbbet, így az ő **ideje lesz "x"**. **A második diák** fél órával később csatlakozik hozzájuk, vagyis 30 perccel kevesebbet dolgozik, mint az első diák, ami **"x - 30"**. **A harmadik diák** 20 perccel korábban távozik. Így ő 20 perccel kevesebbet dolgozik, mint az első diák, amit úgy jelölünk, hogy **"x - 20"**

Egyenlet

$$\frac{x}{120} + \frac{x-30}{60} + \frac{x-20}{40} = 1$$

Levezetés

$$\frac{x}{120} + \frac{x-30}{60} + \frac{x-20}{40} = 1 \quad / \text{ közös nevező}$$

$$\frac{x}{120} + \frac{2x-60}{120} + \frac{3x-60}{120} = 1 \quad / \cdot 120$$

$$x + 2x - 60 + 3x - 60 = 120 \quad / \text{ összevonás}$$

$$6x - 120 = 120 \quad / + 120$$

$$6x = 240 \quad / : 6$$

$$\mathbf{x = 40}$$

Ellenőrzés

$$\frac{40}{120} + \frac{40-30}{60} + \frac{40-20}{40} = 1$$

$$\frac{40}{120} + \frac{10}{60} + \frac{20}{40} = 1$$

$$\frac{40}{120} + \frac{20}{120} + \frac{60}{120} = 1$$

$$\frac{120}{120} = 1$$

A három diák együtt 40 perc alatt végez a munkával a megadott feltételek alapján.

Példa

Miklós megnyitotta a csapot, hogy megtöltse a kádat vízzel, azonban a kád lefolyódugóját elfelejtette rárakni a lefolyóra. A csap negyed óra alatt tölti meg a kádat, a lefolyón keresztül pedig 25 perc alatt folyik le az összes víz.

Táblázat

	1. csap	2. csap	3. csap
1. csap			
2. csap			

Magyarázat

Teljesen új a táblázat az előzőhöz. Most már két csap van a kádban. A csap negyed óra alatt tölti meg a kádat, a lefolyón keresztül pedig 25 perc alatt folyik le az összes víz. Teljesen új a táblázat az előzőhöz. Most már két csap van a kádban. A csap negyed óra alatt tölti meg a kádat, a lefolyón keresztül pedig 25 perc alatt folyik le az összes víz. Teljesen új a táblázat az előzőhöz. Most már két csap van a kádban. A csap negyed óra alatt tölti meg a kádat, a lefolyón keresztül pedig 25 perc alatt folyik le az összes víz.

Egyenlet

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{25} = \frac{1}{x}$$

Levezetés

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) &= \frac{1}{2} m \frac{d}{dt} (v^2) \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) &= \frac{1}{2} m \cdot 2v \frac{dv}{dt} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) &= m v \frac{dv}{dt} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) &= m v \frac{dv}{dt} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) &= m v \frac{dv}{dt}
 \end{aligned}$$

Ellenőrzés

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) &= \frac{1}{2} m \frac{d}{dt} (v^2) \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) &= \frac{1}{2} m \cdot 2v \frac{dv}{dt} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) &= m v \frac{dv}{dt}
 \end{aligned}$$

Az ellenőrzés során fel kell ismerni a deriválás szabályait, és ellenőrizni kell a számítások helyességét.

Ellenőrzés: A deriválás során fel kell ismerni a deriválás szabályait, és ellenőrizni kell a számítások helyességét.

53. Feladat

Három gép egyenként 10 órán belül képes elvégezni a munkát. Ha az első gép 12 óra alatt, a második gép 15 óra alatt, a harmadik gép 18 óra alatt végzi a munkát, hány óra alatt végzik a munkát együtt?

54. Feladat

Két daru ládákat pakol egy rakodóterületre, a harmadik pedig tovább mozgatja azokat. Az első daru 6 óra alatt, a második 4 óra alatt végezne a pakolással egyedül. A harmadik daru 3 óra alatt mozgatná tovább a teljesen megrakott rakodóterületet.

Hány óra alatt pakolja tele a két daru teljesen a területet, ha a harmadik daru közben folyton tovább pakolja az érkező ládákat?

55. Feladat

Három gép egyenként 10 órán belül képes elvégezni a munkát. Ha az első gép 12 óra alatt, a második gép 15 óra alatt, a harmadik gép 18 óra alatt végzi a munkát, hány óra alatt végzik a munkát együtt?

56 Feladat

Három favágót küldenek egy erdő területére korhadt fák kivágására. Különböző felszereléssel dolgoznak, így a leggyorsabb 4,5 óra alatt, a másik 6 óra alatt végezne egyedül a kivágással. Hárman együtt 2 óra alatt lesznek készen a kivágással.

Mennyi idő alatt végezne egyedül a harmadik favágó ezzel a feladattal?

57. Feladat

58. Feladat

Geometriával kapcsolatos feladatok

A geometriával kapcsolatos feladatok esetében fontos ismerned a különböző alakzatok külső-belső szögeinek összegét, területének, kerületének kiszámítását, illetve átlói számát, hiszen ezek nélkül nem tudod megoldani majd ezeket a típusú feladatokat a későbbiekben. A végeredmény nem lehet negatív szám, illetve nulla sem.

Jegyzeteld ki az adatokat, és szükség esetén készíts vázlatrajzot az adott alakzatról. Rendezd az adatokat egy egyenletbe, majd próbáld meg levezetni azt.

Végezd el az ellenőrzést, és ne felejts el szöveges választ adni!



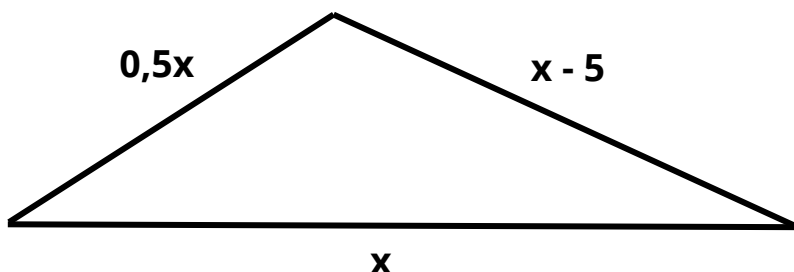
Példa

Egy háromszög legrövidebb oldala 50%-a a leghosszabb oldalnak. A középső oldal pedig 5 cm-rel rövidebb a leghosszabb oldalnál.

Mekkorák az oldalak, ha a háromszög kerülete 45 cm?

Vázlatrajz

(Nem kötelező, de segíthet)



Magyarázat

A háromszög **leghosszabb oldala** lesz az "**x**", mert **hozzá hasonlítjuk a másik két oldal hosszúságát.**

A **legrövidebb oldal** ennek az **50%-a, vagyis** $0,5 \cdot x$, vagy röviden **0,5x**. A **középső oldal** 5 cm-rel rövidebb a leghosszabb oldalnál, tehát **x - 5** cm hosszú.

Kifejezés

Az ábra segítségével könnyen leolvashatóak az információk a kifejezésekhez:

Legrövidebb oldal: $0,5x$ cm (a)

Középső oldal: $x - 5$ cm (b)

Leghosszabb oldal: x cm (c)

$$k = a + b + c$$

Az egyenlet tehát: $0,5x + x - 5 + x = 45$

Levezetés

$$0,5x + x - 5 + x = 45 \quad / \text{összevonás}$$

$$2,5x - 5 = 45 \quad / + 5$$

$$2,5x = 50 \quad / : 2,5$$

$$x = 20$$

A leghosszabb oldala: 20 cm

A legrövidebb oldal: $0,5 \cdot 20 = 10$ cm

A Középső oldal: $20 - 5 = 15$ cm

Ellenőrzés

$$20 + 10 + 15 = 45$$

$$30 + 15 = 45$$

Példa

Ha egy háromszög külső szögeit növekvő sorrendbe állítjuk, azt vesszük észre, hogy a következő szög mindig $22,5^\circ$ -kal, az nagyobb.

Hány fokokak a háromszög belső szögei?

Vázlatrajz



Magyarázat

A háromszög belső szögeinek összege mindig 180° , mert a körben két szög egyenes szögben állnak egymással szembe.
Ezért mindig a külső szögek összege 360° -kal nagyobb, mint a belső szögek összege. A háromszög belső szögei mindig 180° -kal nagyobbak, mint a külső szögek összege. Ezért mindig 180° -kal nagyobb, mint a külső szögek összege.

Kifejezés

Legnagyobb érték: $x = 45$

Középső érték: $y = 25,5$

Legkisebb érték: $z = 15$

A teljes költségvetés (összesítés) 100 ezer.

A költségvetés teljes költségvetés: 100%

Az összesítés: $x = 45 + y = 25,5 + z = 15 = 100$

Levezetés

$$x + y + z = 25,5 + x = 45 = 100 \quad \text{összesítés}$$

$$2x + 27,5 = 100 \quad \text{összesítés}$$

$$2x = 72,5 \quad \text{összesítés}$$

$$x = 36,25$$

A költségvetés legnagyobb érték: $x = 45$ ezer.

A költségvetés: 25,5% az összesítés, vagyis 100% az.

A költségvetés: 15% az összesítés, vagyis 100% az.

Ellenőrzés

$$36,25 + 15 + 48,75 = 100$$

$$27,5 + 48,75 = 76,25$$

59. Feladat

Egy háromszög egyik belső szöge $12,5^\circ$ -kal, másik pedig 25° -kal nagyobb a harmadik belső szögnél.
Hány fokokak a háromszög belső szögei?

60. Feladat

Egy háromszög egyik belső szöge $12,5^\circ$ -kal, másik pedig 25° -kal nagyobb a harmadik belső szögnél.
Hány fokokak a háromszög belső szögei?

61. Feladat

Egy háromszög egyik belső szöge $12,5^\circ$ -kal, másik pedig 25° -kal nagyobb a harmadik belső szögnél.
Hány fokokak a háromszög belső szögei?

62. Feladat

Egy háromszög egyik belső szöge $12,5^\circ$ -kal, másik pedig 25° -kal nagyobb a harmadik belső szögnél.
Hány fokokak a háromszög belső szögei?

63. Feladat

Egy háromszög egyik belső szöge $12,5^\circ$ -kal, másik pedig 25° -kal nagyobb a harmadik belső szögnél.
Hány fokokak a háromszög belső szögei?

Példa

Egy négyszög belső szögeinek aránya $2 : 3 : 5 : 8$.
Hány fokok a belső szögei külön-külön?

Vázlatrajz

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$



Kifejezés

A négyszög belső szögeinek aránya $2 : 3 : 5 : 8$, azaz az α szög kétszer, a β háromszor, a γ ötször, a δ nyolcszor akkora, mint az α szög.
Legyen az α szög x fokban.
A β szög $3x$ fokban.
A γ szög $5x$ fokban.
A δ szög $8x$ fokban.
A négyszög belső szögeinek összege 360° .
Az egyenlet: $x + 3x + 5x + 8x = 360$

Levezetés

$$\begin{aligned}
 20 &= 20 + 20 + 20 + 20 + 20 & 2 \cdot 1000000000 \\
 100 &= 100 & 2 \cdot 10 \\
 2 &= 2 & 2 \cdot 1
 \end{aligned}$$

Ha 100 darabban van egy-egy század, akkor 200 darab század, vagy a századok századát századokként megnevezhetjük 2000000.

$$\begin{aligned}
 20 &= 20 + 20 + 20 + 20 + 20 \\
 100 &= 100 + 100 + 100 + 100 + 100 \\
 2 &= 2 + 2 + 2 + 2 + 2
 \end{aligned}$$

Ellenőrzés

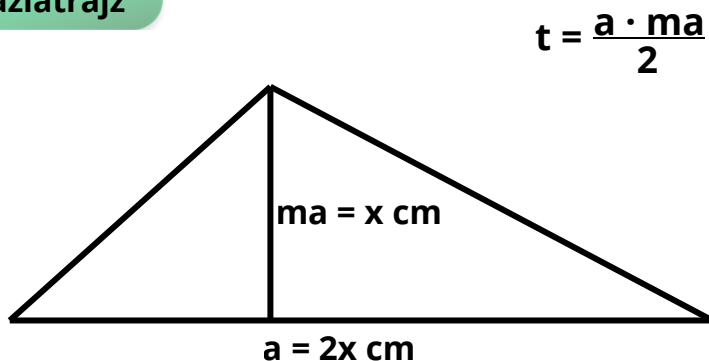
$$\begin{aligned}
 20 &= 20 + 20 + 20 + 20 + 20 \\
 100 &= 100 + 100 + 100
 \end{aligned}$$

Ellenőrzés: a századok századát századokként megnevezhetjük 2000000.

Példa

Egy háromszög alapja kétszer olyan hosszú, mint a hozzá tartozó magassága. Ha megnöveljük 3 cm-rel hosszúságukat, akkor 27 cm^2 -rel nagyobb lesz a területe. Mekkora a háromszög alapja, és annak magassága?

Vázlatrajz



Kifejezés

A **háromszög alapját** jelöljük **$2x$ -szel**, **magasságát** pedig **x -szel**. Ha **megnöveljük** őket 3 cm-rel, akkor az **alap $2x + 3$** , a **magasság** pedig **$x + 3$** lesz.

Eredeti háromszög területe: $\frac{2x \cdot x}{2}$

Megnövelt háromszög területe: $\frac{(2x + 3) \cdot (x + 3)}{2}$

Zárójel használata fontos az új oldalak szorzásánál!
A **megnövelt háromszög területe 27-tel nagyobb**, tehát az egyenlet felírásához **megnöveljük 27-tel az eredeti háromszög területét is**.

Levezetés

$$\frac{2x \cdot x}{2} + 27 = \frac{(2x + 3) \cdot (x + 3)}{2} \quad / \text{ z.f.}$$

$$\frac{2x \cdot x}{2} + 27 = \frac{2x^2 + 6x + 3x + 9}{2} \quad / \text{ ö.v.}$$

$$\frac{2x^2}{2} + 27 = \frac{2x^2 + 9x + 9}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2x^2 + 54 = 2x^2 + 9x + 9 \quad / - 2x^2$$

$$54 = 9x + 9 \quad / - 9$$

$$45 = 9x \quad / : 9$$

$$\mathbf{5 = x}$$

Az **eredeti** háromszög **magassága** tehát **5 cm**, ehhez tartozó **alapja** pedig **10 cm**. A **megnövelt** háromszög **magassága** és alapja is 3 cm-rel lett megnövelve, tehát magassága **8 cm**, **alapja 13 cm** lett.

Ellenőrzés

$$\text{Eredeti háromszög: } \frac{10 \cdot 5}{2} = 25$$

$$\text{Megnövelt háromszög: } \frac{13 \cdot 8}{2} = 52$$

A **megnövelt háromszög területe** az eredetihez képest valóban **27 cm²-rel nagyobb** lesz (52 - 25 = 27).

Válasz: Az eredeti háromszög alapja 10 cm, magassága pedig 5 cm hosszú.

64. Feladat

Egy téglalap szomszédos oldalainak aránya $2 : 3$.
Mekkora a téglalap területe?

65. Feladat

Egy paralelogramma szomszédos oldalainak aránya $2 : 5$. Ha megnöveljük mindkét oldalát 4 cm -rel, akkor a területe 44 cm^2 lesz.

Mekkoraak eredetileg a paralelogramma oldalai?

66. Feladat

Egy téglalap szomszédos oldalainak aránya $2 : 3$. Ha megnöveljük a hosszabbik oldalt 4 cm -rel, akkor a téglalap területe 44 cm^2 lesz.
Mekkora a téglalap területe?

67. Feladat

Egy trapéz egyik alapja 10 cm , a másik 14 cm . A trapéz magassága 4 cm .
Mekkora a trapéz területe?

68. Feladat

Egy trapéz legkisebb, és egy másik belső szögének aránya $3 : 5$. A harmadik szög 44° -kal, a legnagyobb szög pedig 78° -kal nagyobb a legkisebb szögénél.
Hány fokok a trapéz belső szögei?

Megoldások

Ebben a fejezetben a korábbi feladatok helyes eredményeit, és útmutatásait találod.

Ellenőrizd le a megoldásaidat a megoldókulcs segítségével, vagy használd fel arra, hogy útmutatást kapj, ha esetleg nem sikerült megoldanod egy feladatot.

A megoldásokban felírt egyenletek közül sokat másképpen is fel lehet írni a feladat szövege alapján. Amennyiben más egyenletet írtál fel, és vezettél le, mint az itt található, de a végeredményed helyes lett, akkor jól dolgoztál.



1. Feladat

$$\frac{3}{5}x = 21$$
$$x = 35$$

2. Feladat

$$6x - 4x = 8,4$$
$$x = 4,2$$

3. Feladat

$$2x + 3 = 7$$
$$x = 2$$

4. Feladat

$$3x - 2 = 10$$
$$x = 4$$

5. Feladat

$$4x + 5 = 17$$
$$x = 3$$

6. Feladat

$$15 + \frac{x+3}{7} = 16$$
$$x = 4$$

7. Feladat

$$2x + 3 = 7$$
$$x = 2$$

8. Feladat

$$3x - 2 = 10$$
$$x = 4$$

9. Feladat

$$4x + 5 = 17$$
$$x = 3$$

10. Feladat

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - 4x + 4} &= 2 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

11. Feladat

$$\begin{aligned} 100 - 10x + x + 2(10x - 10 - x) &= 78 \\ x &= 6 \\ \text{Eredeti szám: } 64 \end{aligned}$$

12. Feladat

$$\begin{aligned} 100 - 10x + x + 2(10x - 10 - x) &= 78 \\ x &= 6 \\ \text{Eredeti szám: } 64 \end{aligned}$$

13. Feladat

$$\begin{aligned} 10x + x + 2 + 10x + 10 + x &= 66 \\ x &= 2 \\ \text{Eredeti szám: } 16 \end{aligned}$$

14. Feladat

$$\begin{aligned} 10x + x + 2 + 10x + 10 + x &= 66 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Ha az eredeti számot 2-nel megszorítjuk, az eredeti számot 100-nal csökkentjük, és az eredeti számot 2-vel megszorítjuk, akkor a kapott szám 66 lesz.

15. Feladat

$$\begin{aligned} 100 - 10x + x + \frac{10x - 10 - x}{2} &= 78 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Eredeti szám: 64**16. Feladat**

$$\begin{aligned} 10x + x + 2 + 10x + 10 + x &= 66 \\ x &= 2 \\ \text{Eredeti szám: } 16 \end{aligned}$$

17. Feladat

$$\frac{10x + 13 - x}{4} + 25,5 = 78$$

$$x = 9$$

Eredeti szám: 94

18. Feladat

$$\frac{10x + 13 - x}{4} + 25,5 = 78$$

$$x = 9$$

Eredeti szám: 94

19. Feladat

$$\frac{10x + 13 - x}{4} + 25,5 = 78$$

$$x = 9$$

Eredeti szám: 94

20. Feladat

$$3 \cdot 12 + 5 \cdot 20 = 8x$$

$$x = 17$$

21. Feladat

$$3 \cdot 12 + 5 \cdot 20 = 8x$$

$$x = 17$$

22. Feladat

$$2 \cdot 60 + 18 \cdot 0 = 20x$$

$$x = 6$$

23. Feladat

$$10 \cdot 100 + 10 \cdot 100 = 20x$$

$$x = 100$$

24. Feladat

$$6 \cdot 1000 + 6 \cdot 1000 = 12 \cdot 1000 = 20x$$

$$x = 3000$$

25. Feladat

$$18 \cdot 30 - x \cdot 0 = 60(18 - x)$$

$$\mathbf{X = 9}$$

26. Feladat

$$150 - 10 \cdot 2 + 10x = 150 - 10x \\ \mathbf{x = 20}$$

27. Feladat

$$12 \cdot 2 + 4,5x = 3(12 + x)$$

$$\mathbf{X = 8}$$

28. Feladat

$$220 + 2 \cdot 80 + 80 \cdot x = 220 + 80x \\ \mathbf{x = 10}$$

29. Feladat

$$2 \cdot 100 + 100 \cdot 2 + 100 \cdot x = 100 + 100x \\ \mathbf{x = 100}$$

30. Feladat

$$2(x - 8) = 28 - x - 8$$

$$\mathbf{X = 12}$$

12 és 16 évesek most.

31. Feladat

$$800 + 40 \cdot 10 + 40 \cdot x \\ \mathbf{x = 10}$$

32. Feladat

$$100 - 10 + 100 \cdot x = 100 - 10x \\ \mathbf{x = 10}$$

33. Feladat

$$x + 8 = 70 - x \\ \mathbf{x = 31}$$

Károly 31, Péter 39 éves.

34. Feladat

$$x + x - 2 + x + 2 = 30$$

$$X = 10$$

A) Edit 10 éves, Dóri 8 éves, Anna 12 éves.

$$10 + x + 8 + x + 12 + x = 51$$

$$X = 7$$

B) 7 év múlva lesznek hárman együtt 51 évesek.

35. Feladat

$$2x + 2 = 2x + 2$$

$$X = 2$$

Edith 10 éves, Dóri 8 éves, Anna 12 éves.

36. Feladat

$$x + 14 = 3(x - 10)$$

$$X = 22$$

37. Feladat

$$x + 2 = 2x + 2$$

$$X = 2$$

Edith 10 éves, Dóri 8 éves, Anna 12 éves.

38. Feladat

$$x + 2 = 2x + 2$$

$$X = 2$$

Edith 10 éves, Dóri 8 éves, Anna 12 éves.

39. Feladat

$$2x + 2 = 2x + 2$$

$$X = 2$$

40. Feladat

41. Feladat

(Vera 1200 métert tesz meg)

A) **5 perc múlva** (300 másodperc)

B) **3 m/s** (900 m 5 perc alatt)

C) **11,6 perc alatt** (2100 : 3 másodperc)

42. Feladat

43. Feladat

$$60(x + 0,1) = 72x$$

$$x = 0,5$$

A) **0,5 óra**, vagyis fél óra múlva.

B) **43,2 km-t** ($72 \cdot 0,6$)

44. Feladat

$$20x + 1000 = 20$$

$$x = -49$$

45. Feladat

A 100 g-os edényben 100 g 100 °C-os vizet öntöttünk. A víz hőmérséklete 20 °C-ra hűlt le. Mennyi a víz tömege?

46. Feladat

$$8(x + 5) = 10x$$

$$x = 20$$

A) **20 mp múlva.** (a fekete indulásától)

B) **200 métert** ($8 \cdot 25$)

47. Feladat

A 100 g-os edényben 100 g 100 °C-os vizet öntöttünk. A víz hőmérséklete 20 °C-ra hűlt le. Mennyi a víz tömege?

A 100 g-os edényben 100 g 100 °C-os vizet öntöttünk. A víz hőmérséklete 20 °C-ra hűlt le. Mennyi a víz tömege?

A 100 g-os edényben 100 g 100 °C-os vizet öntöttünk. A víz hőmérséklete 20 °C-ra hűlt le. Mennyi a víz tömege?

48. Feladat

Feri: $18(x + 0,25) = 39,6$

$$x = 1,95$$

Tomi: $22x = 39,6$

$$x = 1,8$$

Válasz: **Tomi teljesíti gyorsabban.**

49. Feladat

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{9} = 1$$

$$x = 18$$

50. Feladat

51. Feladat

$$\frac{12}{30} + \frac{12}{x} = 1$$

$$x = 20$$

52. Feladat

53. Feladat

54. Feladat

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} - \frac{x}{3} = 1$$

$$x = 12$$

55. Feladat

A) **Viki:** 24 db lufi - 10 perc, **96 db lufi - 40 perc**
István: 48 db lufi - 24 perc, **96 db lufi - 48 perc**
Anita: 32 db lufi - 20 perc, **96 db lufi - 60 perc**

$$B) \frac{x}{40} + \frac{x-12}{48} + \frac{x}{60} = 1$$

$$x = 20$$

56. Feladat

$$\frac{2}{4,5} + \frac{2}{6} + \frac{2}{x} = 1$$

$$x = 9$$

57. Feladat

Egy 20. századi magyar író jellemzően a következőképpen írta le a szereplőit:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 1$$

$$x = 12$$

58. Feladat

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 1$$

$$x = 12$$

Egy 20. századi magyar író jellemzően a következőképpen írta le a szereplőit:

59. Feladat

$$x + x + 12,5 + x + 25 = 180$$

$$x = 47,5$$

Egyik szög: $47,5^\circ$

Másik szög: 60°

Harmadik szög: $72,5^\circ$

60. Feladat

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 1$$

$$x = 12$$

Egy 20. századi magyar író jellemzően a következőképpen írta le a szereplőit:

61. Feladat

$$x + \frac{x}{2} + 1 + x - 3 = 33$$

$$\mathbf{x = 14}$$

Egyik oldal: 14 cm

Másik oldal: 8 cm

Harmadik oldal: 11 cm

62. Feladat

$$x + 2x + 2x + 27,5 = 180$$

$$\mathbf{x = 30,5}$$

Egyik szög: 30,5°

Másik szög: 61°

Harmadik szög: 88,5°

63. Feladat

$$x - 6 + x + x + 90 = 360$$

$$\mathbf{x = 92}$$

A legnagyobb külső szög 182°-os lenne.
Ilyen háromszög nem létezik.

64. Feladat

$$2x + 3x + 7x = 180$$

$$\mathbf{x = 15}$$

Egyik szög: 30°

Másik szög: 45°

Harmadik szög: 105°

65. Feladat

$$2(2x + 4 + 5x + 4) = 44$$

$$x = 2$$

A rövidebb oldala 4 cm.

A hosszabb oldala 10 cm.

66. Feladat

$$2x + 2x + 2x + 2x = 44$$

$$x = 11$$

A rövidebb oldala 22 cm.
A hosszabb oldala 33 cm.

67. Feladat

$$2x + 2x + 2x + 2x = 44$$

$$x = 11$$

A rövidebb oldala 22 cm.
A hosszabb oldala 33 cm.

68. Feladat

$$3x + 5x + 3x + 44 + 3x + 78 = 360$$

$$x = 17$$

Legkisebb belső szöge $17 \cdot 3 = 51^\circ$.

Második belső szöge $17 \cdot 5 = 85^\circ$.

Harmadik belső szöge $17 \cdot 3 + 44 = 95^\circ$.

Legnagyobb belső szöge $17 \cdot 3 + 78 = 129^\circ$.